



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Ediția a XXVIII-a

ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026

Clasa a XI-a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii

1. Aufgabe (20 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ mit der Eigenschaft $AB - BA = A$.

- Zeigt, dass $\text{tr}(A) = 0$.
- Beweist, dass $ABA = O_2$.

2. Aufgabe (20 Punkte)

Gegeben sind die Punkte $A(-1, 6), B(1, -3), C(9, 0)$ und $D(4, 10)$.

- Berechnet den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.
- Bestimmt die Menge der Punkte P aus der Ebene des Vierecks $ABCD$, sodass die Flächen der Dreiecke PAB und PCD gleich sind.

3. Aufgabe (20 Punkte)

- Beweist die Ungleichung: $-\frac{1}{4} \leq x^2 - x < 0, \forall x \in (0, 1)$.
- Gegeben ist die stetige Funktion $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(0)f(1) < 0$. Beweist, dass es eine Zahl $c \in (0, 1)$ gibt, sodass $-\frac{1}{4} \leq f(c) + f(c^2) < 0$.

4. Aufgabe (20 Punkte)

Zwei Asteroiden Asterix und Obelix, die sich in derselben Ebene bewegen, starten zum Zeitpunkt $x_0 = 0$. Ihre Flugbahnen werden durch Funktionen beschrieben.

Für Asterix gilt $f(x) = \frac{2ax + a + 2}{2x + 1}$, $x \in [0, +\infty)$,

und für Obelix $g(x) = \frac{4ax^2 + 5x + 3}{bx^2 + 4}$, $x \in [0, +\infty)$, wobei $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Irgendwann kollidieren die beiden Asteroiden, aber sie folgen ihrer Flugbahn.

- Bestimmt die reellen Parameter $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, wenn ihre Flugbahnen nach dem Zusammenstoß asymptotisch sind zur Geraden $y = 1$.
- Für die vorher ermittelten Werte a und b findet heraus, wie lange nach dem Start die beiden Asteroiden kollidieren, wobei die Zeiteinheit die Stunde ist.

Notă:

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.